

問題】 次の不等式を解け。

$$2|x+2|+|x-4| < 15$$

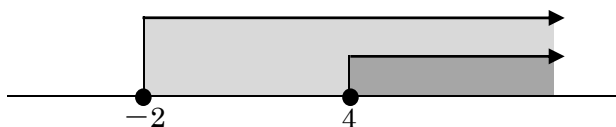
解き方】 場合分けより、絶対値記号をはずすことを優先するのがコツ。

(ア) : 絶対値記号を (正・正) で開いて解きます。

$$\begin{aligned} 2|x+2|+|x-4| &< 15 \\ 2(x+2)+(x-4) &< 15 \\ 2x+4+x-4 &< 15 \\ 3x &< 15 \\ x &< 5 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

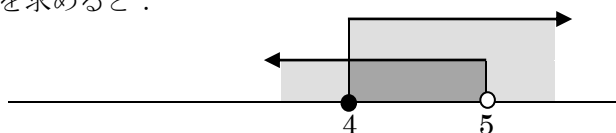
ここで、(正・正) となるための条件を確認しておきましょう (正で開くことを「0以上である」と表します)。

$(x+2) \geq 0$ より $x \geq -2$, $(x-4) \geq 0$ より $x \geq 4$ が得られます。これを数直線で確認すると;



$x \geq 4$ となります。… ②

①②の共通範囲を求めると:



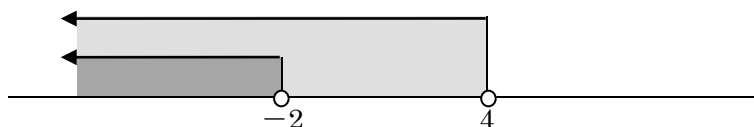
$4 \leq x < 5$ となります。… (ア)

(イ) : 次に、絶対値記号を (負・負) で開いて解きます。

$$\begin{aligned} 2|x+2|+|x-4| &< 15 \\ -2(x+2)-(x-4) &< 15 \\ -2x-4-x+4 &< 15 \\ -3x &< 15 \\ -15 &< 3x \\ -5 &< x \\ x &> -5 \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

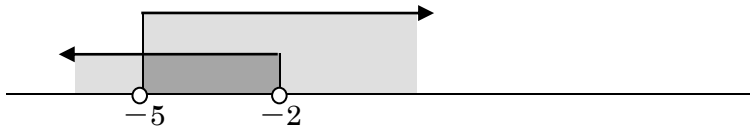
ここで、(負・負) となるための条件を確認しておきましょう。

$(x+2) < 0$ より $x < -2$, $(x-4) < 0$ より $x < 4$ が得られます。これを数直線で確認すると;



$x < -2$ となります。… ④

③④の共通範囲を求めると



$-5 < x < -2$ となります。… (イ)

(ウ) (正・負) (負・正) のうちどちらかが不適なので、計算の前に確かめます。

(正・負) のとき

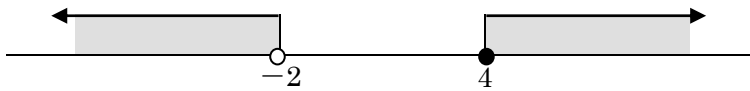
$(x+2) \geq 0$ より $x \geq -2$, $(x-4) < 0$ より $x < 4$ が得られます。これを数直線で確認すると；



となり、重なりが認められるので適するといえます。… ⑤

念のために (負・正) も検討すると；

$(x+2) < 0$ より $x < -2$, $(x-4) \geq 0$ より $x \geq 4$ が得られます。これを数直線で確認すると；

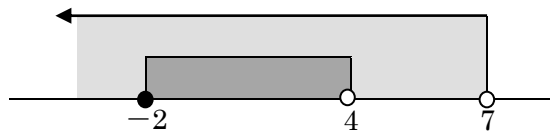


となり重なりが認められません。よって不適です。

では改めて (正・負) で開きます。

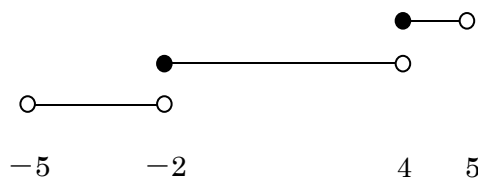
$$\begin{aligned}
 2/x + 2/|x-4| &< 15 \\
 2(x+2) - (x-4) &< 15 \\
 2x+4 - x+4 &< 15 \\
 x+8 &< 15 \\
 x &< 15-8 \\
 x &< 7 \quad \dots \text{⑥}
 \end{aligned}$$

これを数直線で確認すると；



⑤⑥より共通範囲は $-2 \leq x < 4$ となります。… (ウ)

以上 (ア) (イ) (ウ) をまとめると；



答えは $-5 < x < 5$ となります。